VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

1. PROBLEMELE REZISTENȚEI MATERIALELOR

1.1. Obiectul şi problemele rezistenței materialelor

Rezistența materialelor este o **disciplină de cultură tehnică generală**, situată între ştiințele fizico-matematice şi disciplinele de specialitate ale inginerului. Ea este o continuare logică a mecanicii teoretice, o dezvoltare a acesteia prin introducerea în calcule a **caracteristicilor mecanice şi elastice ale materialelor** .

Rezistența materialelor are ca obiect stabilirea metodelor şi procedeelor de calcul ale eforturilor, tensiunilor şi deformațiilor ce apar în diferite puncte ale elementelor de rezistență, când asupra acestora acționează forțe, precum şi stabilirea şi utilizarea relațiilor dintre eforturi şi dimensiunile secțiunii.

Rezolvarea problemelor în cadrul rezistenței materialelor are în vedere următoarele trei aspecte :

I. **aspectul static**, prin care se stabilesc, pe baza legilor mecanicii, relații între forțele exterioare şi eforturi (forțe interioare) şi respectiv relații între eforturi şi tensiuni;

II. **aspectul geometric**, prin care se analizează deformațiile corpului sub acțiunea sarcinilor;

III. **aspectul fizic**, prin care se determină pe cale experimentală relațiile de legătură (legile) dintre forțe şi deformații, precum şi caracteristicile mecanico-elastice ale materialului respectiv.

Rezistența materialelor rezolvă următoarele **trei categorii** de probleme:

a) **probleme de verificare**, prin care se determină dacă un element de rezistență cu anumite dimensiuni îndeplineşte sau nu, sub acțiunea forțelor, condițiile de rezistență, rigiditate şi stabilitate;

b) **probleme de calcul a sarcinii capabile**, prin care, cunoscându-se materialul şi caracteristicile sale mecanice şi elastice, dimensiunile şi modul de solicitare ale elementului de rezistență, se determină valoarea sarcinilor pe care le poate suporta.

c) **probleme de dimensionare**, prin care se stabilesc dimensiunile optime ale pieselor proiectate.

Fiecare din aceste probleme se rezolvă printr-un **calcul de rezistență**. La baza calculului de rezistență stau **două criterii**:

I. **de bună funcționare**, ceea ce presupune asigurarea la piesa proiectată a:

a) - rezistenței;

b) - rigidității;

c) - stabilității.

II. **de eficiență**, care urmăreşte ca piesa proiectată să reprezinte soluția cea mai economică posibilă în privința consumului de material şi de manoperă.

Din aceste două criterii se observă întrepătrunderea tehnicului (criteriul unu) cu economicul (al doilea criteriu). Pentru ca un calcul de rezistență să poată fi considerat corespunzător trebuie ca acesta să îndeplinească simultan cele două criterii.

Primul criteriu presupune:

a) Fiecare element de rezistență al unui ansamblu **trebuie să reziste** tuturor solicitărilor ce apar în acesta pe toată durata de exploatare şi de aceea **condiția de rezistență se impune prima**. În acest scop în Rezistența materialelor se învață cum **să se aleagă materialul corespunzător, forma secțiunii cea mai avantajoasă** şi **se stabilesc relații între secțiunea transversală şi solicitări,** în aşa fel ca la solicitările maxime, eforturile care apar în secțiunea respectivului element de rezistență să fie inferioară celei ce produce ruperea.

b) **Condiția de rigiditate** impune **valori limită pe care să le atingă deformațiile** elementelor de rezistență ale unui ansamblu în timpul solicitării maxime, în exploatare. De aceea Rezistența materialelor stabileşte relații între secțiunea transversală a corpului şi deformațiile ce apar datorită acțiunii forțelor şi ele servesc la calculul de rezistență (verificare, calculul capacității de încărcare şi dimensionare). Capacitatea corpurilor de a avea deformații mici sub acțiunea forțelor se numeşte **rigiditate**.

c) **Condiția de stabilitate** impune menținerea formei inițiale de echilibru stabil al elementului de rezistență, sub acțiunea forțelor. De multe ori în practică apar cazuri când dimensiunile elementului de rezistență satisfac condițiile de rezistență şi rigiditate impuse pentru solicitarea maximă, însă la forțe inferioare îşi pierd stabilitatea formei inițiale de echilibru. Fenomenul se manifestă prin apariția bruscă

a unei deformații foarte mari care poate duce, adesea, la ruperea respectivului element de rezistență şi distrugerea întregii construcții.

Exemplul clasic de pierderea stabilității formei de echilibru este cazul unei bare drepte lungi şi subțiri (zvelte) comprimate. Pentru forțe mici bara îşi păstrează forma rectilinie. Dacă se măreşte forța, la o anumită valoare a acesteia, bara se încovoaie brusc, putând să se rupă. Fenomenul este cunoscut sub numele de **flambaj la compresiune** sau **pierderea stabilității,** iar forța la care a avut loc fenomenul se numeşte **forță critică de flambaj**.

1.2. Terminologie

Rezistența materialelor utilizează noțiuni specifice ale altor discipline cum ar fi matematica, fizica, mecanica, tehnologia materialelor etc, dar şi simboluri şi noțiuni proprii. În țara noastră sunt o serie de standarde care definesc noțiunile rezistenței materialelor dintre care menționăm:

STAS 1963-83 - Rezistența materialelor. Terminologie şi simboluri;

STAS 8147-86 - Tensometrie. Terminologie;

SR EN 1002-1: 1994 - Materiale metalice. Încercarea la tracțiune. Partea 1.

SR EN 1002-2 : 1994 - Materiale metalice. Încercarea la tracțiune. Partea 2. Determinarea caracteristicilor elastice.

STAS 10108 / $_{0,1,3}$ -78 - Calculul elementelor din oțel.

S-au amintit doar câteva din standarde pentru a sublinia că terminologia, simbolurile şi noțiunile utilizate în Rezistența materialelor sunt reglementate şi utilizarea acestora este obligatorie. Terminologia specifică se va introduce progresiv, pe parcursul cursului şi se va repeta, ceea ce va uşura asimilarea ei.

1.3. Clasificarea corpurilor în rezistența materialelor

Din totalitatea caracteristicilor elementelor de rezistență, în Rezistența materialelor, se rețin numai acele caracteristici necesare calculului de rezistență făcând abstracție de celelalte. În acest scop corpurile se schematizează în **modele**

matematice ce au **anumite caracteristici mecanice şi elastice**. Ca urmare, corpurile se vor încadra în următoarele cinci modele: **fir**, **bară**, **membrană**, **placă** şi **bloc**. Prin aceste modele Rezistența materialelor schematizează, printr-o **metodă de calcul**, numeroase organe de maşini şi elemente de construcții şi deci, calculul de rezistență are o largă generalizare.

În raport cu geometria lor, corpurile se împart în trei grupe:

a) **Corpurile cu fibră medie**, cele ce au una din dimensiuni, lungimea, mult mai mare decât celelalte două, lățimea şi grosimea. Ele se definesc prin:

- **axa longitudinală** - ce poate fi dreaptă, curbă, linie frântă, etc.
- **secțiunea transversală** - ce poate fi constantă sau variabilă în lungul axei longitudinale.

Din această grupă fac parte:

- **firele**- care pot fi solicitate numai la întindere şi nu opun practic nici o rezistență solicitărilor transversale sau de compresiune;
- **barele** - care rezistă atât la solicitări axiale cât şi transversale.

După destinație şi modul de solicitare barele poartă diferite denumiri specifice: **tiranți** - când sunt solicitate la întindere, **stâlpi** - când sunt solicitate la compresiune, **grinzi** - când sunt solicitate la încovoiere, **arbori** - când sunt solicitate, în special, la torsiune.

Prin **fibră medie** sau **axă** se înțelege locul geometric al centrelor de greutate al secțiunilor plane normale, pe axa barei (sau a firului), iar prin **secțiune normală**, secțiunea plană perpendiculară pe axă.

b) **Corpurile cu suprafață mediană** au una din dimensiuni - grosimea - relativ mică în raport cu celelalte două - lățimea şi lungimea -. Din această grupă fac parte membranele şi plăcile.

- **Membranele**, ce au grosimea foarte mică, nu rezistă la sarcini transversale sau de compresiune ci numai la sarcini de întindere.
- **Plăcile**, plane sau curbe, pot prelua şi sarcini transversale şi de compresiune.

Exemple de plăci : capace şi pereți de rezervoare, cupole, planşee, etc. iar de membrane: pînza de cort, membrane amortizoare etc.

c) **Blocuri** sau **corpuri masive** , care au dimensiunile de acelaşi ordin de mărime. Exemple : bilele şi rolele de rulment, blocurile de fundații, etc.

Calculele de rezistență diferă de la o grupă la alta, ele fiind cele mai simple la fire şi la bare drepte, cresc în complexitate la barele curbe şi cadre, devenind deosebit de complicate la plăci şi blocuri.

Rezistența materialelor prezintă modul de determinare a eforturilor, tensiunilor şi deformațiilor în cele mai simple şi des utilizate corpuri şi din acest motiv studiul barei drepte, de secțiune constantă sau variabilă, formează baza şi este tratată în cea mai mare parte din curs.

Modelul unei bare drepte (fig. 1.1,a) se schematizează ca în fig. 1.1,b. Astfel, modelul barei conține **axa barei**, de lungime **L** trasată **cu linie groasă** în figură şi **secțiunea transversală**, dreptunghiulară în acest caz, de lățime b şi înălțime h. **Sistemul de axe ataşat modelului**, este **un sistem triortogonal drept** cu **axa Ox -axa barei** şi sistemul **yOz**, axele centrale principale ale secțiunii.

În general toate aceste modele se pot numi **elemente de rezistență.** În cele ce urmează, pentru noțiunea generală de element de rezistență se va folosi simbolul ER pentru forma singular şi (ER) pentru forma plural.

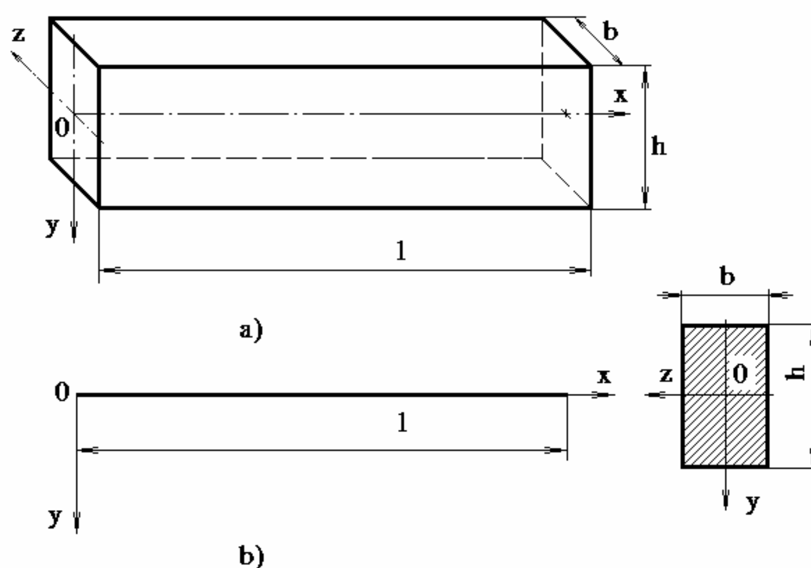


Fig. 1.1

Un element de rezistență poate fi confecționat din diferite materiale şi cu diferite dimensiuni. Comportarea (ER) la acțiunea sarcinilor depinde atît de dimensiunile şi forma secțiunii transversale, cât şi de anumite caracteristici mecanice şi elastice ale materialului.

Rezolvarea problemelor de rezistență implică utilizarea atât a dimensiunilor geometrice cât şi modul de încărcare, caracteristicile elastice şi mecanice ale materialului fiecărui ER.

1.4. Ipoteze de bază ale rezistenței materialelor

Pentru a putea stabili relațiile de calcul simple, în Rezistența materialelor se folosesc anumite ipoteze referitoare atât la structura materialelor cât şi la comportarea lor sub acțiunea sarcinilor aplicate. Aceste ipoteze sunt uneori în concordanță cu realitatea, iar alteori ele reprezintă simplificări ale fenomenelor reale, care duc la rezultate verificate experimental şi deci acceptabile pentru scopul rezistenței materialelor.

Ipotezele de mai jos sunt de bază şi în afară de acestea s-au făcut sau se vor mai face şi alte ipoteze specifice în anumite capitole. Ca primă ipoteză expusă a fost schematizarea corpurilor în fire, bare, membrane, plăci şi blocuri.

Ipotezele de bază ale rezistenței materialelor sunt :

I. Ipoteza mediului continuu, prin care se admite că **materialul ER se consideră un mediu continuu ce ocupă întregul spațiu delimitat de volumul său**. Această ipoteză corespunde satisfăcător materialelor amorfe dar nu corespunde realității la cele cristaline. Ipoteza este necesară intrucât mărimile din rezistența materialelor, cum sunt tensiunile, deplasările, deformațiile, etc. pot fi scrise ca funcții continue de punct şi nu ca funcții discrete specifice pentru fiecare cristal sau particulă, permițând folosirea calculului şi metodelor analizei matematice .

II. Ipoteza mediului omogen, prin care se admite că **materialul ER are în toate punctele din volumul său aceleaşi mărimi fizice** . Nici această ipoteză nu concordă în totalitate cu realitatea în special în cazul betonului, lemnului şi chiar al metalelor. Astfel, la metale prin diverse tratamente termice sau mecanice se creează cruste dure şi caracteristici mecanice diferite de ale miezului.

III. Ipoteza izotropiei. Materialele se consideră izotrope când au pe toate direcțiile aceleaşi caracteristici elastice E, G şi ν. În caz contrar materialele se consideră **anizotrope.** În rezistența materialelor, toate materialele se consideră izotrope.

IV. I**poteza elasticității perfecte.** Dacă tensiunile nu depăşeşc **anumite valori limită, materialele utilizate de ingineri se consideră perfect elastice**. Cea ce înseamnă că deformațiile produse de sarcini se anulează odată cu anularea sarcinilor.

V. Ipoteza proporționalității între tensiuni şi deformații specifice. Pentru solicitări în domeniul elastic se consideră că între tensiuni şi deformații specifice există o relație liniară, adică este valabilă legea lui Hooke.

VI. Ipoteza deplasărilor mici. În afară de unele excepții, în Rezistența materialelor se consideră că **deformațiile ER sunt foarte mici în raport cu dimensiunile acestuia**. Ipoteza este foarte importantă întrucât **ecuațiile de echilibru static se pot**

scrie raportând forțele la starea inițială nedeformată a ER. Tot pe baza acestei ipoteze, în calculele analitice, **termenii ce conțin deformații specifice sau deplasări la puteri superioare se pot neglija în raport cu termenii la puterea întâi** (teoria de ordinul întâi).

VII. Ipoteza proporționalității dintre deformații specifice şi deplasări. În domeniul elastic se consideră că **între deformațiile specifice şi deplasări există o relație liniară.** Ipoteza este o consecință a ipotezei deformațiilor mici.

VIII. Ipoteza secțiunilor plane (Bernoulli). Secțiunile plane şi normale pe axa barei rămân plane şi normale şi după deformarea produsă de sarcini. Această ipoteză se verifică experimental pe conturul barelor şi se admite valabilă şi în interiorul acestora.

Astfel în cazul barei din figura 1.2-a, supusă la întindere, secțiunea BC se deplasează în B~C~ dar rămâne plană şi normală pe axa barei. La fel pentru bara din figura 1.2-b supusă la încovoiere secțiunea AB se deplasează şi se roteşte în poziția B~C~, dar rămâne plană şi normală pe axa barei.

IX. Principiul lui Saint-Venant. Dacă se înlocuiesc forțele care **acționează pe o porțiune mică a ER cu un alt sistem de forțe echivalent din punct de vedere static cu primul, noua distribuție a forțelor produce în locul de aplicare diferențe apreciabile față de prima dar rămâne fără efect, sau cu efect neglijabil, la distanțe mari de locul de aplicare a forțelor.**

X. Principiul suprapunerii efectelor. Prin aplicarea unei sarcini **asupra unui ER până la limita prescrisă de proporționalitate a materialului, eforturile, tensiunile, deformațiile şi deplasările ce se produc în ER depind exclusiv de mărimea acelei sarcini şi nu sunt influențate de efectele altor sarcini aplicate anterior sau concomitent.** Acest principiu este o consecință a legii lui Hooke (deformațiile sunt proporționale cu sarcinile) şi a ipotezei deformațiilor mici ce indică teoria de ordinul întâi.

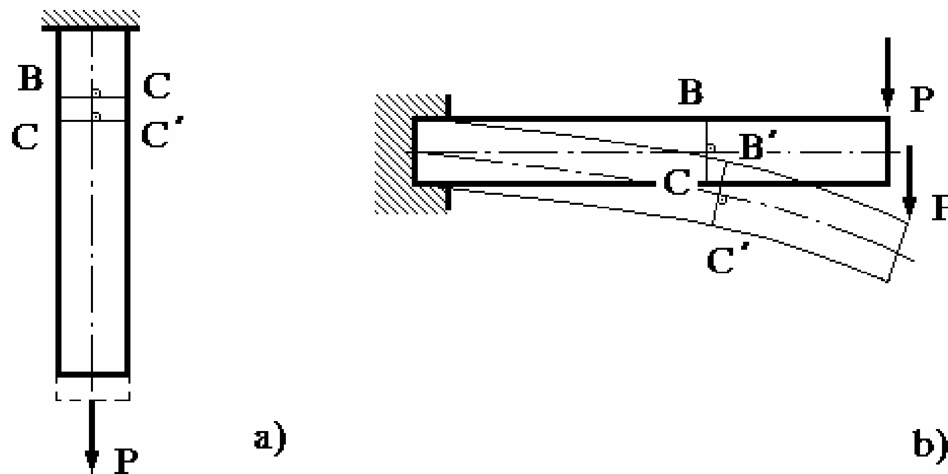


Fig. 1.2

1.5. Siguranța în funcționare. Coeficienți de siguranță. Rezistențe admisibile.

În rezolvarea problemelor de rezistența materialelor, (ER) dimensionate sau verificate li se pot impune anumite condiții, care să le asigure o bună funcționare pe toată durata de utilizare. Aceste condiții sunt :

a) -condiții de rezistență;

b) -condiții de rigiditate;

c) -condiții de stabilitate.

1.5.1. Condiții de rezistență

Spunem că un ER este corespunzător, din punct de vedere al condițiilor de rezistență, atunci când tensiunile care se produc în acesta, datorită sarcinilor, nu depăşesc anumite limite, stabilite convențional, dar corelate cu caracteristicile mecanice ale materialului din care este confecționat ER.

Valoarea convențională aleasă în calcul, pe baza practicii, pentru tensiunea maximă care se poate produce într-o piesă, în condiții date de material şi de solicitare se numeşte rezistență admisibilă.

Ținând seama de deformațiile care se produc, până la rupere, materialele se împart în două grupe :

- **-tenace,** care se deformează mult înainte de rupere (ex : oțelurile de rezistență mică şi mijlocie);
- **-fragile,** care nu se deformează sau se deformează foarte puțin, fără producerea fenomenului de gâtuire înainte de rupere (exemplu : fonta, sticla, otelul de rezistență mare, etc.).

Rezistența admisibilă poate fi definită în comparație cu **o stare limită, periculoasă,** care trebuie evitată .

La materialele tenace, care au limita de curgere σ_c, rezistența admisibilă se defineşte prin relația :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_c}{c_c} \qquad \textbf{(1.1a)}$$

unde: c_c este **coeficientul de siguranță** față de limita de curgere.

Alegând în calcul un coeficient de siguranță corect, se va evita atingerea limitei de curgere, deci producerea de deformații mari, care pot scoate piesa din funcțiune.

La materialele fragile rezistența admisibilă se defineşte în funcție de rezistența la rupere :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{c_r} \qquad \textbf{(1.1b)}$$

unde: c_r este **coeficientul de siguranță** față de rezistența la rupere.

Verificările efectuate pe diferite (ER) au arătat care ar trebui să fie valorile cele mai potrivite pentru coeficienții de siguranță şi deci şi pentru rezistențele admisibile. Spre exemplu, dacă ne referim la oțel rezistența admisibilă trebuie să fie inferioară nu numai limitei de curgere ci şi limitelor de elasticitate şi proporționalitate.

La alegerea coeficientului de siguranță trebuie să ținem seamă de următorii factori :

a) Natura materialului şi tehnologia de fabricație. Fiecare material are anumite caracteristici mecanice care determină rezistența admisibilă. Coeficientul de siguranță este cu atât mai mare cu cât materialul este mai neomogen. Astfel, pentru fontă coeficientul de siguranță este mai mare decât pentru oțel, la beton, lemn, coeficientul de siguranță este mai mare decât la metale. Structura neuniformă a materialului, existența crustelor de turnare, forjare, laminare sunt factori tehnologici care au efect negativ asupra rezistenței admisibile şi deci vom lua în calcul un coeficient de siguranță mai mare.

b) Felul solicitării. Prin efectuarea de încercări mecanice (întindere, compresiune, încovoiere, etc.) s-a constatat că materialele au caracteristici mecanice diferite în funcție de modul de solicitare. Unele materiale au totuşi rezistențe admisibile egale pentru diferite solicitări de exemplu, oțelul pentru întindere, compresiune, încovoiere .

c) Modul de acțiune a sarcinilor în timp. La solicitări ale ER cu sarcini statice coeficientul de siguranță este mai mic decât la sarcini variabile în timp sau la sarcini aplicate cu şoc. S-a constatat experimental că un material cu rezistența de rupere σ_r , supus unor solicitări variabile în timp se rupe la valori σ_{max} inferioare lui σ_r. Acestui fenomen i s-a dat numele de **oboseală a materialului.** Valoarea limită superioară a lui σ_{max} la care materialul rezistă la un număr foarte mare de cicluri (ex. $5 \cdot 10^7..10^8$ cicluri) fără a se rupe se numeşte **rezistență la oboseală.**

d) Modul de evaluare a sarcinilor şi de realizare a ipotezelor de calcul. Cu cât sarcinile sunt mai incert evaluate, cu cât ipotezele şi schemele de calcul au un grad mai mare de aproximare, cu atât rezistențele admisibile trebuie să fie mai mici şi coeficienții de siguranță mai mari.

e) Durata de folosire a piesei. Pentru piese cu durată scurtă de funcționare, se pot lua coeficienți de siguranță mai mici, deci rezistențe admisibile mai mari.

f) Temperatura. Temperaturile înalte sau scăzute influențează negativ rezistențele admisibile. Pentru (ER) importante care vor lucra la temperaturi ridicate sau joase, rezistența admisibilă se alege în funcție de caracteristicile mecanice la temperatura respectivă.

1.5.2. Condiții de rigiditate

Funcționarea unor piese este posibilă numai atunci când deformațiile lor nu depăşesc anumite limite. Ca exemplu: un arbore ce are deformații mari la încovoiere provoacă o uzură prematură a lagărelor. Din această cauză în calculul de rezistență se impun anumite limite pentru mărimea deformațiilor şi se spune că ER trebuie să răspundă unor anumite condiții de rigiditate date.

1.5.3. Condiții de stabilitate

La problemele de stabilitate elastică, deşi condițiile de rezistență sunt satisfăcute, la anumite valori ale sarcinilor, numite **valori critice,** piesele îşi pot pierde echilibrul stabil, fapt ce duce la distrugerea lor. Aceste (ER) trebuie să satisfacă **condițiile de stabilitate**, adică sarcinile aplicate să fie inferioare celor critice.

Se dau câteva valori orientative ale rezistențelor admisibile în anexa 1. Din acest tabel se observă că rezistențele admisibile la încovoiere sunt de obicei cu 10-20%

superioare celor de tracțiune, pe când cele de la forfecare şi răsucire sunt 60-80% din cele de tracțiune. O excepție de la această regulă face fonta, ce are rezistențe admisibile la compresiune de 2...5 ori mai mari decât la tracțiune.